Pràctica 8. Mesura del coeficient γ d'un gas

Adrià Vilanova Martínez (T1B)

Tardor 2020

1 Objectiu de la pràctica

L'objectiu de la pràctica és mesurar els coeficients $\gamma := \frac{C_p}{C_v}$ per tres gasos diferents (Ar, aire, CO_2) i comparar-los amb els resultat teòrics (en el cas de l'argó i l'aire) o de la literatura (en el cas del diòxid de carboni).

L'experiment a través del qual es determinen els coeficients γ es detalla a la guia de pràctiques de Termodinàmica, i en aquest informe s'usen les dades recollides a la sèrie 2.

2 Raó de calor específic teòric

$\gamma := \frac{C_p}{C_v}$ s'anomena raó de calor específic, que és la raó entre el calor específic a pressió constant i el calor específic a volum constant.

Per un gas ideal, degut a la deducció teòrica que es fa a partir de l'experiment de Joule es té la relació $C_p = C_v + R$.[1] Aleshores:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v}$$

Segons (Fermi, 1937), a partir d'uns resultats teòrics de la teoria cinètica que encara no s'han explicat a classe de teoria, per un gas monoatòmic tenim $C_v = \frac{3}{2}R$, i per un gas diatòmic $C_v = \frac{5}{2}R$. Aleshores, s'arriba al següent resultat teòric, que és el valor que s'espera trobar experimentalment per l'argó i l'aire respectivament:

$$\gamma = \begin{cases} \frac{5}{3} & \text{per un gas monoatòmic} \\ \frac{7}{5} & \text{per un gas diatòmic} \end{cases}$$

[1] L'experiment de Joule consisteix en posar dos recipients connectats a través d'un tub inicialment bloquejat a dins d'un calorímetre. Un dels recipients està ple d'un gas i l'altre està buit. Al principi el sistema recipients-calorímetre està en equilibri termodinàmic. S'obre instantàniament la clau i el gas s'expandeix. S'observa que aquesta expansió és adiabàtica ja que el termòmetre del calorímetre no canvia de temperatura.

3 Determinació dels coeficients γ_{exp}

Tal com s'explica al guió de la pràctica, si p_0 és la pressió atmosfèrica, p_1 és la pressió inicial del recipient i p_2 és la pressió final del recipient, tenim l'equació

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma}$$

Les dades recollides no són les pressions, sinó les diferències d'alçades h_1, h_2 respectives de les columnes del manòmetre en U, i es relacionen amb p_i amb el principi fonamental de la hidrostàtica:

$$p_i = p_0 + \rho g h_i$$

on g és l'acceleració de la gravetat i ρ és la viscositat de la silicona. Aleshores, substituint aquestes relacions a l'equació inicial i definint $k := \rho g$ s'obté:

$$\frac{p_0 + kh_1}{p_0} = \left(\frac{p_0 + kh_1}{p_0 + kh_2}\right)^{\gamma} \implies 1 + \frac{k}{p_0}h_1 = \frac{\left(1 + \frac{k}{p_0}h_1\right)^{\gamma}}{\left(1 + \frac{k}{p_0}h_2\right)^{\gamma}} \implies$$

$$\implies \left(1 + \frac{k}{p_0}h_2\right)^{\gamma} = \left(1 + \frac{k}{p_0}h_1\right)^{\gamma - 1}$$

Com les pressions (i consegüent les diferències d'alçada) són molt petites, es pot fer la següent aproximació de Taylor de primer ordre respecte h_i:

$$(1 + c\,h_i)^{\alpha} = 1 + \alpha\,c\,h_i + \mathcal{O}(h_i^2)$$

Aleshores, obtenim finalment:

$$1 + \gamma\frac{k}{p_0}h_2 = 1 + (\gamma - 1)\frac{k}{p_0}h_1 + \mathcal{O}(h_1^2) \implies \gamma h_2 = (\gamma - 1)h_1 + \mathcal{O}(h_1^2) \implies$$

$$\implies h_2 = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)h_1 + \mathcal{O}(h_1^2)$$

Un cop arribats a aquest punt podem fer la regressió lineal, on tindrem que la pendent de la recta serà $m = 1 - \dfrac{1}{\gamma}$, i per tant $\gamma = \dfrac{1}{1 - m}$.

h_1 (mm)	h_2 (mm)
41	6
50	12
63	15
69	21
80	21
86	25
106	32
128	39
138	44
156	51
180	62
210	74

Taula 1: Valors obtinguts amb l'argó.

h_1 (mm)	h_2 (mm)
44	11
80	20
140	36
181	46
188	49
220	59
257	69
302	79

Taula 2: Valors obtinguts amb l'aire.

h_1 (mm)	h_2 (mm)
48	10
53	12
68	15
83	21
109	25
115	28
142	35
168	37
182	42
191	45

Taula 3: Valors obtinguts amb el diòxid de carboni.

La incertesa de totes les mesures és de $\delta(h_i) = 2\,\text{mm}$.

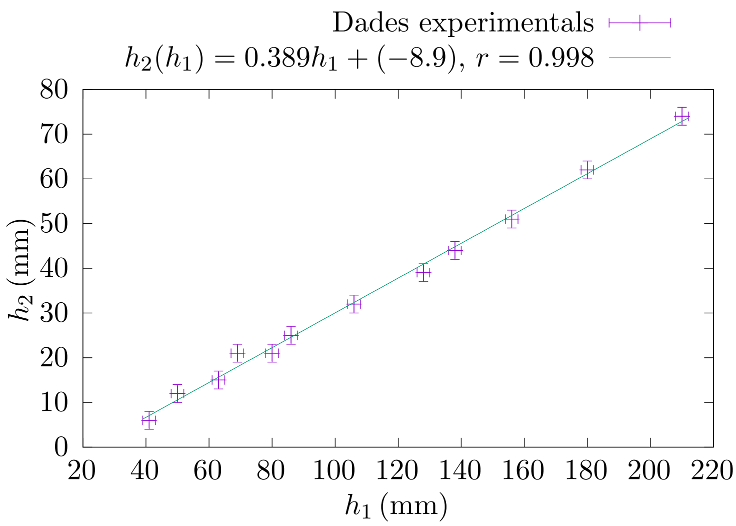

Figura 1: Gràfica de les dades experimentals i regressió de l'experiment amb l'argó. $\delta(m) = 0.004\,\text{mm}$

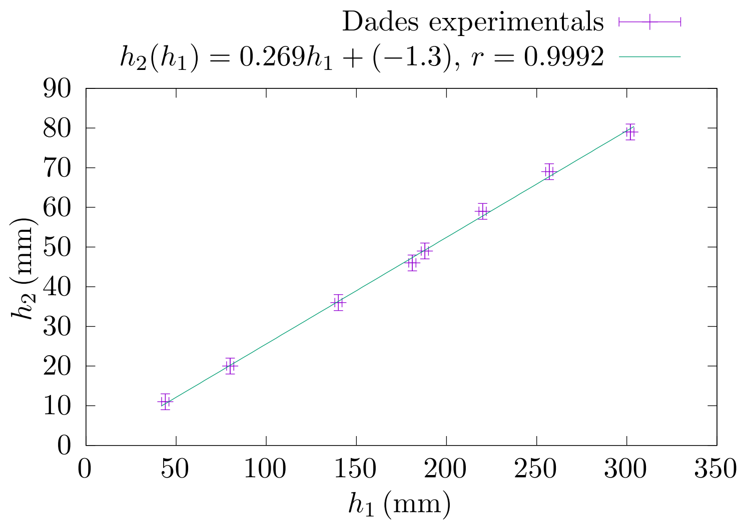

Figura 2: Gràfica de les dades experimentals i regressió de l'experiment amb l'aire. $\delta(m) = 0.008\,\mathrm{mm}$

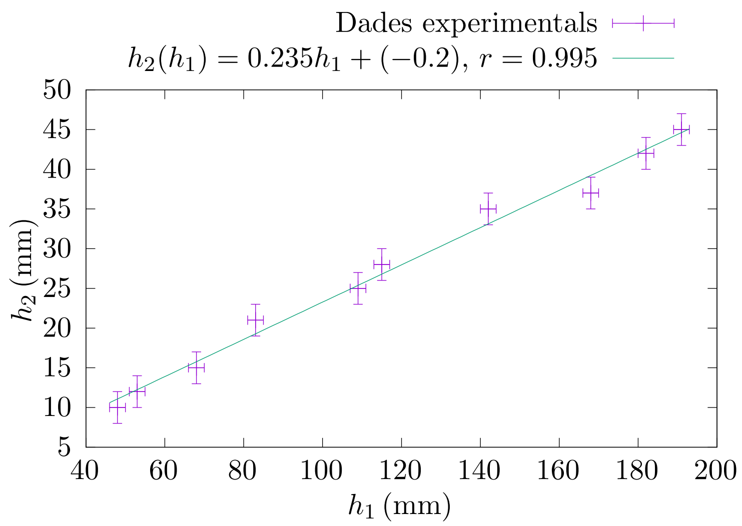

Figura 3: Gràfica de les dades experimentals i regressió de l'experiment amb el diòxid de carboni. $\delta(m) = 0.009\,\mathrm{mm}$

Per calcular la incertesa en γ podem aplicar la propagació d'errors: $\varepsilon(\gamma) = \varepsilon\left(\frac{1}{\gamma}\right) = \varepsilon\left(\frac{1}{1-\gamma}\right) = \varepsilon(m) \implies \delta(\gamma) = \frac{\varepsilon(\gamma)}{|\gamma|} = \frac{\varepsilon(m)}{|\gamma|} = \frac{\delta(m)}{|m\gamma|} = \delta(m)\left|\frac{1-m}{m}\right|$

Aleshores, obtenim els següents valors:

Gas	γ_{exp}	$\delta(\gamma_{exp})$
Ar	1.637	0.006
Aire	1.37	0.02
CO_2	1.31	0.03

4 Conclusió

En el cas de l'argó i l'aire, la γ_{exp} està dins de 2 vegades l'interval de confiança del valor teòric deduït a la secció 2, així que ambdós valors són compatibles.

En el cas del diòxid del carboni, (Bhattacharjee) proposa el valor 1.289 com a raó de calor específic. El valor experimental calculat és de $\gamma_{exp} = 1.31 \pm 0.03$, i com el valor de la taula cau dins de l'interval de confiança, ambdós són compatibles.

5 Bibliografia

(Fermi, 1937): Fermi, Enrico. *Thermodynamics*, Prentice-Hall Company, 1937.

(Bhattacharjee): Bhattacharjee, S. *The Expert System for Thermodynamics* <`www.thermofluids.net`>, San Diego State University.