

Pràctica 9. Determinació de la conductivitat tèrmica d'un metall

Adrià Vilanova Martínez (T1B)

Tardor 2020

1 Objectiu de la pràctica

L'objectiu és determinar la conductivitat tèrmica d'un metall. Això es farà escalfant dues barres de metalls diferents per un extrem. A partir de les equacions de difusió de calor i del fet que coneixem la conductivitat tèrmica d'un dels metalls, es deduirà amb les dades obtingudes per un tercer de l'experiment la conductivitat tèrmica de l'altre metall.

El tercer ha realitzat mesures de la temperatura a diferents punts de la barra en diferents moments. Després d'un temps, en un estat estacionari, ha fet mesures més precises de la temperatura a més punts de la barra. De fet, realment el que ha mesurat el tercer no és la temperatura directament, sinó el voltatge d'un termoparell, que és una propietat termomètrica a partir de la qual es pot obtenir la temperatura, a partir del calibratge del termoparell que també ha fet el tercer (la anàlisi d'aquest calibratge està tractada a l'informe de la pràctica 1).

La descripció completa i detallada de l'experiment es pot trobar al Guió de Pràctiques de Termodinàmica.

2 Tractament de dades

Les dades utilitzades són les del fitxer **Mesura 1.xlsx**.

A partir del calibratge mesurat pel tercer ($\varepsilon = aT + bT^2$ on $a = (3.72 \pm 0.06) \cdot 10^{-2} \text{ mV } ^\circ\text{C}^{-1}$, $b = (2.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-5} \text{ mV } ^\circ\text{C}^{-2}$) es poden convertir els valors de voltatge en temperatura prenent l'arrel positiva de l'equació de segon ordre $-\varepsilon + aT + bT^2 = 0$. Així doncs, la temperatura es pot expressar com:

$$T = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b\varepsilon}}{2b}$$

Per tal d'obtenir les incerteses associades a la temperatura t a partir de les incerteses de les constants a , b i els voltatges ε , es pot fer-ho pensant $T \equiv T(a, b, \varepsilon)$, i per tant usant l'expressió de la incertesa per una funció multivariable:

$$\delta T = \left| \frac{\partial T}{\partial a} \right| \delta a + \left| \frac{\partial T}{\partial b} \right| \delta b + \left| \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right| \delta \varepsilon$$

Si es calculen les derivades parcials s'arriba a les següents expressions:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial a} = \frac{a\Delta^{-1} - 1}{2b} \\ \frac{\partial T}{\partial b} = \frac{\varepsilon}{b\Delta} - \frac{\Delta - a}{2b^2} \\ \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = \Delta^{-1} \end{cases}$$

on $\Delta := \sqrt{a^2 + 4b\varepsilon}$ és el discriminant de l'equació de segon grau.

Això permet calcular els següents valors de la temperatura en funció del temps i la distància al forn de cada vareta, amb les seves incerteses associades:

Barra de coure:

t (s)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)	t (s)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)
360	1.07	28.2	0.8	420	0.92	24.3	0.7
1 030	1.20	31.5	0.9	1 060	1.13	29.7	0.9
1 200	1.29	33.8	1.0	1 230	1.15	30.2	0.9
1 515	1.32	34.6	1.0	1 525	1.18	31.0	0.9
1 810	1.38	36.1	1.0	1 830	1.25	32.8	0.9
2 190	1.36	35.6	1.0	2 220	1.23	32.3	0.9
2 640	1.35	35.4	1.0	2 660	1.22	32.0	0.9
3 090	1.36	35.6	1.0	3 110	1.23	32.3	0.9
3 435	1.36	35.6	1.0	3 460	1.23	32.3	0.9
3 840	1.37	35.9	1.0	3 880	1.24	32.5	0.9
4 395	1.38	36.1	1.0	4 420	1.25	32.8	0.9

Taula 1: Valors per la barra de coure al punt $x = 10$ cm.

Taula 2: Valors per la barra de coure al punt $x = 20$ cm.

t (s)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)
510	0.87	23.0	0.7
1 070	1.00	26.4	0.8
1 245	1.03	27.1	0.8
1 540	1.07	28.2	0.8
1 850	1.14	30.0	0.9
2 235	1.16	30.5	0.9
2 670	1.15	30.2	0.9
3 130	1.14	30.0	0.9
3 475	1.13	29.7	0.9
3 910	1.14	30.0	0.9
4 460	1.14	30.0	0.9

Taula 3: Valors per la barra de coure al punt $x = 30$ cm.

Barra de ferro:

t (s)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)
540	0.91	24.0	0.7
1 090	1.07	28.2	0.8
1 280	1.11	29.2	0.8
1 560	1.15	30.2	0.9
1 870	1.27	33.3	0.9
2 270	1.30	34.1	1.0
2 695	1.36	35.6	1.0
3 160	1.35	35.4	1.0
3 490	1.34	35.1	1.0
3 940	1.36	35.6	1.0

Taula 4: Valors per la barra de ferro al punt $x = 10$ cm.

t (s)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)
590	0.81	21.4	0.7
1 120	0.89	23.5	0.7
1 300	0.91	24.0	0.7
1 570	0.94	24.8	0.7
1 880	1.02	26.9	0.8
2 285	0.99	26.1	0.8
2 720	1.06	27.9	0.8
3 190	1.03	27.1	0.8
3 510	1.05	27.7	0.8
3 970	1.04	27.4	0.8

Taula 5: Valors per la barra de ferro al punt $x = 20$ cm.

Règim estacionari:

x (cm)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)
0	2.43	62.4	1.7
5	1.39	36.4	1.0
10	1.29	33.8	1.0
15	1.23	32.3	0.9
20	1.20	31.5	0.9
25	1.14	30.0	0.9
30	1.12	29.5	0.8
35	1.07	28.2	0.8
40	1.03	27.1	0.8
45	1.00	26.4	0.8
50	0.98	25.8	0.8
55	0.96	25.3	0.8
60	0.96	25.3	0.8
65	0.94	24.8	0.7
70	0.91	24.0	0.7
75	0.90	23.8	0.7
80	0.88	23.2	0.7
85	0.87	23.0	0.7
90	0.86	22.7	0.7
95	0.86	22.7	0.7
100	0.86	22.7	0.7
105	0.85	22.5	0.7
110	0.84	22.2	0.7
115	0.84	22.2	0.7
120	0.84	22.2	0.7

Taula 6: Valors per la barra de **coure** un cop arribat al règim estacionari.

x (cm)	ε (mV)	T (°C)	δT (°C)
0	2.05	53.0	1.5
5	1.74	45.2	1.2
10	1.49	38.9	1.1
15	1.30	34.1	1.0
20	1.16	30.5	0.9
25	1.00	26.4	0.8
30	0.95	25.1	0.7
35	0.90	23.8	0.7
40	0.87	23.0	0.7
45	0.84	22.2	0.7
50	0.82	21.7	0.7
55	0.81	21.4	0.7
60	0.80	21.2	0.7
65	0.79	20.9	0.7
70	0.79	20.9	0.7
75	0.78	20.6	0.7
80	0.78	20.6	0.7
85	0.78	20.6	0.7
90	0.78	20.6	0.7
95	0.78	20.6	0.7
100	0.78	20.6	0.7
105	0.77	20.4	0.6
110	0.77	20.4	0.6
115	0.77	20.4	0.6
120	0.77	20.4	0.6

Taula 7: Valors per la barra de **ferro** un cop arribat al règim estacionari.

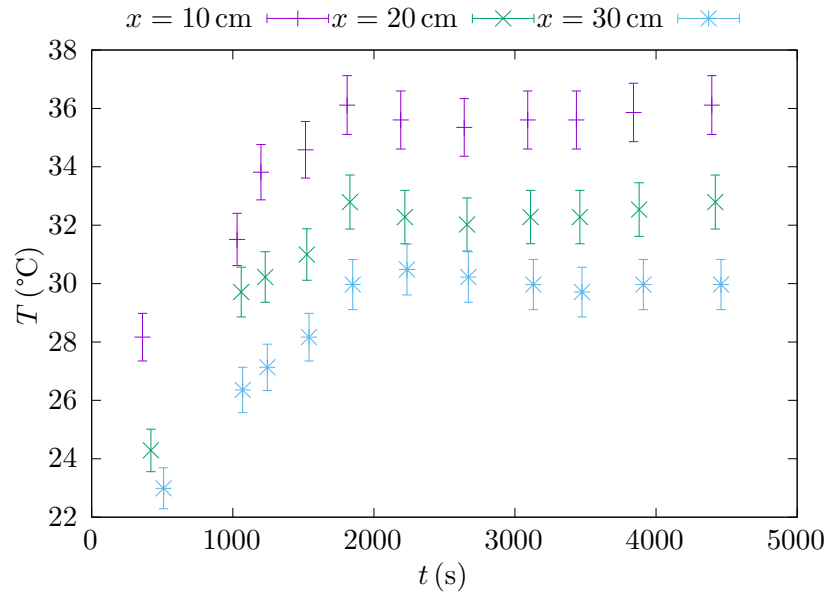


Figura 1: Mesures de la barra de **coure** a mesura que passa el temps i la barra es va escalfant, amb les incerteses associades. Es pot observar com s'arriba a l'estat estacionari.

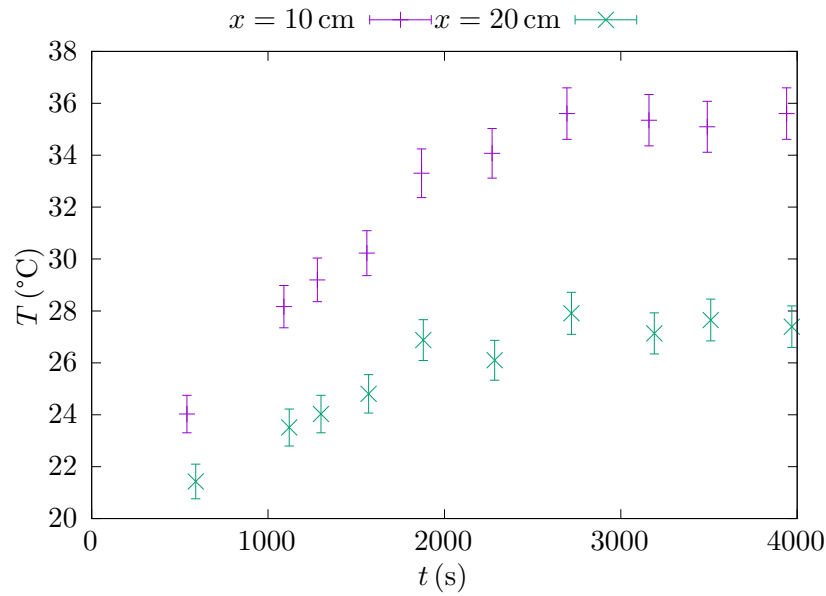


Figura 2: Mesures de la barra de **ferro** a mesura que passa el temps i la barra es va escalfant, amb les incerteses associades. Es pot observar com s'arriba a l'estat estacionari.

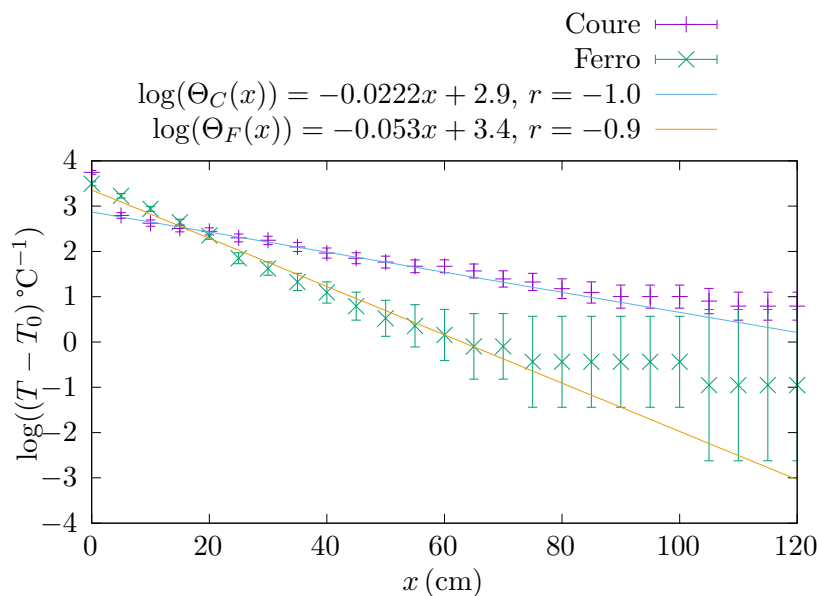


Figura 3: Logaritme de la temperatura de les dues barres en l'estat estacionari, en funció de la distància al forn, restada de la temperatura ambient $T_0 = 20 \text{ °C}$.

Segons la teoria desenvolupada al Guió de Pràctiques, en el règim estacionari es té que $\log \Theta_i = C - \alpha_i x$, i que a partir dels coeficients α_i es pot obtenir una relació entre els coeficients de conductivitat tèrmica d'ambdues barres:

$$\frac{k_F}{k_C} = \left(\frac{\alpha_C}{\alpha_F} \right)^2$$

Per tant, fent un ajust lineal a les dades de l'estat estacionari podem obtenir els dos coeficients α_i i calcular k_F tenint en compte que $k_C = 3.97 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Pels ajusts lineals mostrats a la figura 3 obtenim els següents coeficients:

$$\begin{cases} \alpha_C = (222 \pm 5) \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \\ \alpha_F = (53 \pm 2) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

3 Conclusió

A partir del desenvolupament anterior s'ha deduït que el coeficient de conductivitat tèrmica del ferro és $k_F = 0.70 \pm 0.05 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$. No obstant, segons (CRC) el valor de la conductivitat tèrmica del ferro és de $0.802 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$. El valor de la literatura cau aproximadament a 2 marges d'incertesa del valor experimental, i per tant no es pot determinar amb certa confiança si els valors són compatibles o no.

Un dels obstacles més grans a l'hora de deduir el valor de la conductivitat tèrmica ha sigut fitar la corba del ferro a la figura 3, degut al fet que el comportament lineal del nostre model només es dona experimentalment en valors petits d' x . El fet d'escollir quins punts presenten el comportament lineal ha afegit bastanta incertesa addicional (que no s'ha tingut en compte al calcular la incertesa) a la k_f .

És per aquesta font d'incertesa que probablement els dos valors siguin compatibles, però en tot cas s'hauria de reptir l'experiment per poder assegurar-ho.

Un altre punt flux és el fet que el model utilitzat per l'experiment és un model ideal i per tant no correspon totalment amb la realitat, tal com es pot veure clarament a la figura 3.

4 Bibliografia

(CRC): David R. Lide (ed), *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 84th Edition*. CRC Press. Boca Raton, Florida, 2003; Secció 12, Properties of Solids; Thermal and Physical Properties of Pure Metals